

1

『勝率』を科学する

手抜き統計講座

49 (負け組が最尤値)

1 問題提起とアウトライン

さて、突然ですがここで問題です。

ある試合において、一定の強さの相手に対して A 君は 1 勝 0 敗、B 君は 99 勝 1 敗を納めています。あなたが A 君か B 君に代打で試合をやってもらう場合、どちらに頼むのがよいでしょうか？

全国の皆さんからの回答は以下のとおりです。

勝率が高いほうがいいに決まってる (東京都 スイーツ(笑)さん)

私は 99 勝 1 敗ですね (UTMC Orios さん)

命のやり取りだった場合後者は生きていない (神奈川県 しけたポテチさん)

早く合格せい (UTMC 巫女部長さん)

皆さんの答えはいかがだったでしょうか？

この問題のポイントは A 君は勝率の上では B 君を上回っていますが、B 君は A 君に勝率の信頼度で優っているところがポイントなのです。この問題では B 君に頼ったほうがよいといえましょう。かなり極端な例なので、直観的にも B 君のほうがよいだろうと予想ができたはずです。

では、A 君が 10 勝 0 敗の場合はどうでしょう？

以下の記事ではこういった問題を直感ではなく数値的にとらえる方法を説明いたします。

2 ちょっと物理っぽい考察

勝率の信頼度と先ほど言いましたが、これはいったいどういうことでしょうか。再び具体例を出してみましよう。上の例に引き続き、A 君は 1 勝 0 敗、B 君が 99 勝 1 敗として、実際の勝率が p の人が A 君、B 君と同じ戦歴をあげられる確率を計算してみましょう。計算は以下の式で求められます。

$n+mC_n p^n (1-p)^m$ (勝率 p で n 勝 m 敗する確率)

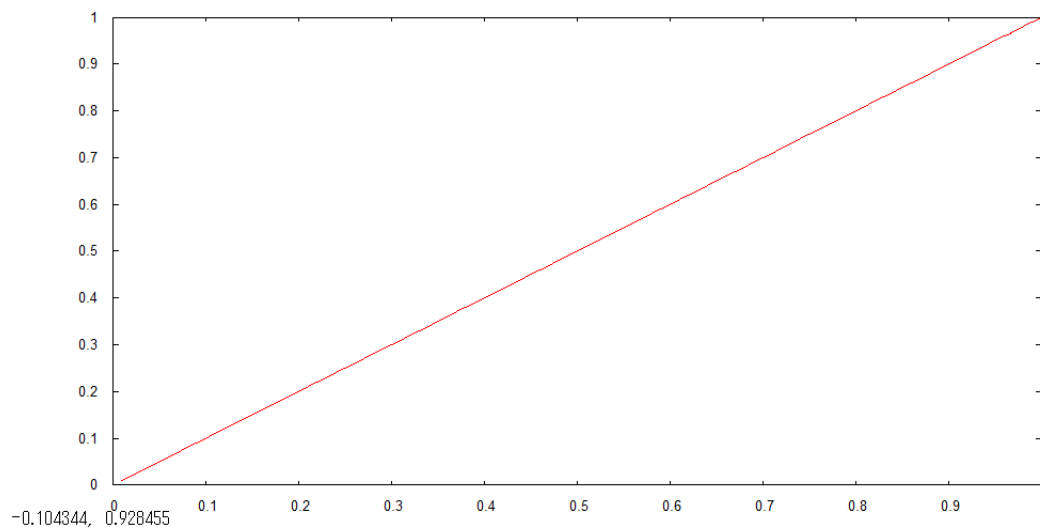
上記の例は極めて極端なので直感的にもわかるかもしれませんが、『A 君の戦歴は弱くても出うる』し、『B 君の戦歴は強くないと出にくい』といえましょう。

これをもうちょっと理論的に考えるために、以下のようなアルゴリズムを考えることにしましょう。

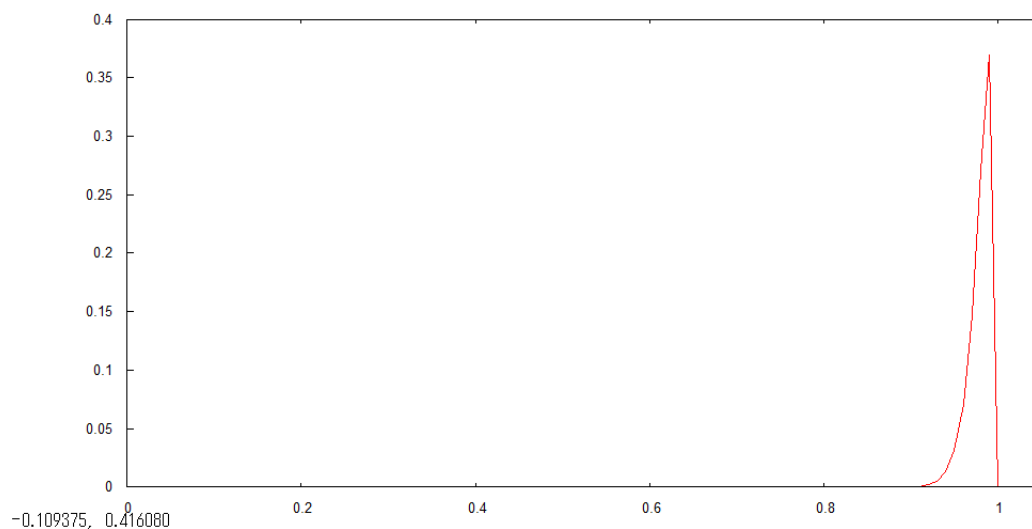
1. ランダムな勝率を持つプレイヤーにゲームを規定回数遊んでもらう
2. 1 回のプレイで戦歴が 1 勝 0 敗なら『A 君と同じ強さを見せた人』としてプールする

- 3 . 100 回のプレイで戦歴が 99 勝 1 敗なら『B 君と同じ強さを見せた人』としてプールする
- 4 . 1 に戻りプールに充分に人が集まるまで繰り返す。
- 5 . A 君、B 君と同じ強さを見せた人の人数をそれぞれ勝率別にプロットしてみる

それとなく統計力学らしさを感じなくもないモデルですね。これによって、どれだけ A 君と B 君の勝率の信頼度が違うか数値的にとらえることが可能になります。最も、上記の問題の場合はわざわざアルゴリズムで計算するまでもなく、先ほどの式に従ってグラフをプロットすればよいわけですが。なお、下のグラフを見る際の注意点として、グラフの「値」は重要ではないことがあげられます。重要なのは分布の形なのです。



A 君と同じ強さを見せた人の勝率別分布



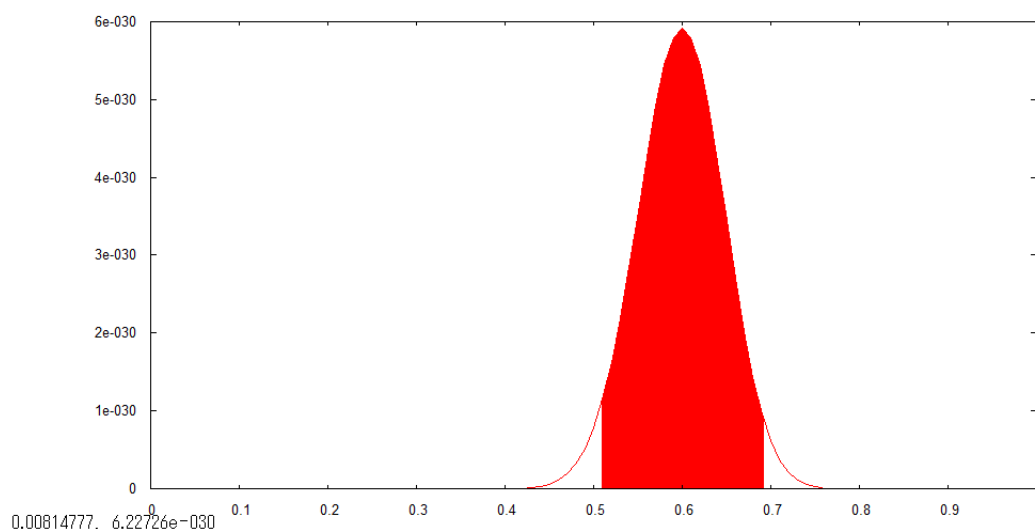
B 君と同じ強さを見せた人の勝率別分布

見てのとおり、B 君のほうが圧倒的に高い勝率に偏って分布していることが確認できました。ここまでで、直感的だった勝率の信頼度を数値的に見えるようにすることに成功したので、次はこのグラフの評価方法を考えることにしましょう。

3 尤もらしい勝率の範囲を決める

作ったグラフの使い方はいくつかありますが、最も典型的なグラフの扱い方をしましょう。具体的には、全領域でグラフを積分したものの値を A とし、最も値の大きい点から「ある程度の範囲」で積分したものを B としたとき、 $\frac{B}{A} > r$ となる「ある程度の範囲」を「実際の値の大体の範囲」と定めます。 r は 0.95 がよく使われます。「範囲を定めるってどうやるのよあんな」と思ったあなた。正しいです。が、実際は上記の例のような極端なものでなければ、ガウス分布という形の分布に近づいていきます。分布がガウス分布であると決めつけてしまえば、実は真面目に積分をする必要はなく、分散や標準偏差という便利な数値が存在してくれています。

受験生のみんなを苦しめたと思われる偏差値も受験生の成績がガウス分布であることを条件に成り立っているものです。偏差値に悩む君。君達が受けたテストの成績の分布は本当にガウス分布ですか？



60 勝 40 敗の場合の分布と、95 %領域。大体ガウス分布に近いこともわかる。

上記の理論に従えば 60 勝 40 敗を出したプレイヤーの勝率は「51 % ~ 69 %」あたりであると予想ができます。ちなみに A 君の勝率は「23 % から 100 %」、B 君の勝率は「95 % ~ 99 %」あたりといえます。が、悲しいことに A 君、B 君のグラフはいびつすぎてこの議論の方法のメリットが薄くなってしまっています。「A 君の勝率は 23 と 100 の間だから 61 % ぐらいだ」と言えないわけですからね。というわけで、他の解析方法もかんがえてみましょう。

4 シンプルに期待値をとる

『A 君と同じ強さを見せた人』に所属する人たちの持っている「勝率」の期待値を計算します。今までの説明を思い出せば、期待値を計算すれば「大体の強さ」が予想できることがわかるはずです。上記の例の場合は

A 君 : 67 %

B 君 : 97.9 %

となります。なにやら、先ほどのガウス分布もまんざらではない結果が出ていますが・・・ガウス分布が偉大だったのでしょね。説明が長くなりましたが、このようにして信頼度も入れた勝率の考察することができ

ます。これで安心して B 君に仕事を任せることができますね。

5 エピローグ：さらなる発展

今回扱った例は勝ち負けしかないシンプルなもので、わざわざ積分やらランダムな勝率を持つ人によるテストプレーやは必要ないモデルでしたが、複雑なモデルになればこういった手法も必要になってくることがわかるでしょう。ただし、愚直に繰り返せばよいわけでもありません。察しのよい読者様ならお分かりのとおり、上記の例でさえも、綺麗なグラフが作れるに至るまでランダムの試行を繰り返すとんでもない時間がかかってしまうわけですから。

スーパーコンピュータの技術進歩のおかげで、大分やりやすくなっていますが、それでも様々な統計技術を用いて手を抜くことをさぼってはいけません。この部誌には書ききれなかったような難しい技術がまだまだこの世には存在します。もし貴方が実験の世界へ身を投じるならこういった技術や解析のやり方に悩むことも多々あるでしょう。このジャンルに興味を持ってくれた方は是非、もっと難しい技術についても勉強してみてください。

あと、五月祭でまだ時間に余裕がある方。理学部物理学科に来てやってください